Formation à distance

sur l'enseignement de la proportionnalité

Diapositives et dialogues

Laëtitia Dragone - Gaëtan Temperman – Bruno De Lièvre

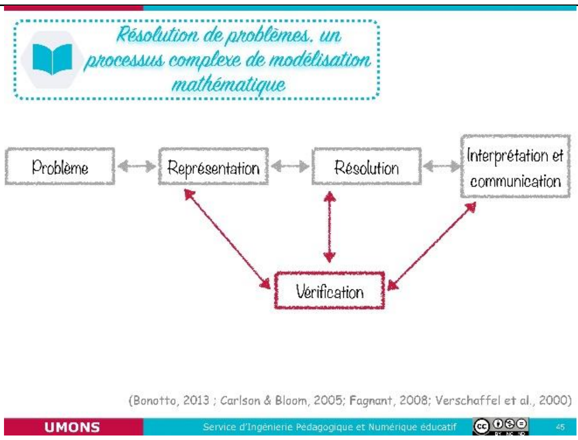
Et leur équipe de tutrices

UMONS Université de Mons

Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education

Service d'Ingénierie Pédagogique et du Numérique éducatif

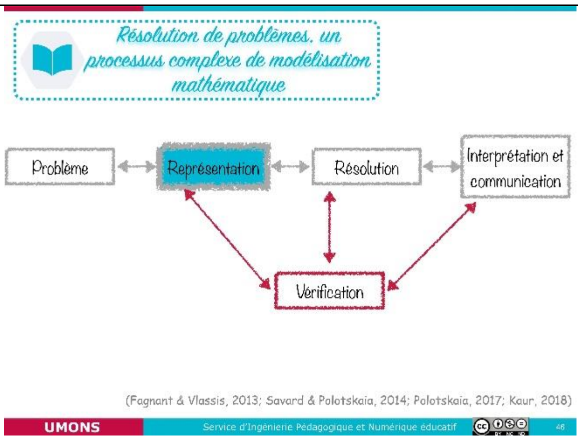
Mars 2023

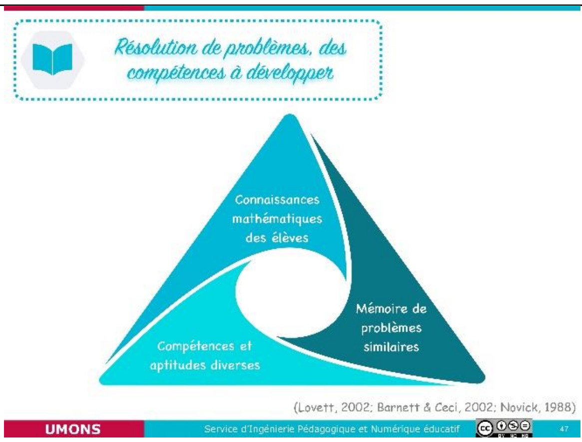
<table>
<tr><th colspan="3">Module 3.1
Quelles sont les pistes possibles pour pallier aux difficultés des élèves ?</th></tr>
<tr><th>№ dia</th><th>Diapositive</th><th>Dialogue</th></tr>
<tr><td>№ 1</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>№ 2</td><td>
</td><td>L : Bonjour Alessia.

A : Bonjour Laëtitia. Durant cette troisième semaine de formation, tu vas nous présenter différentes pistes pour pallier les difficultés des élèves en proportionnalité. Pour que ce ne soit pas trop long, tu as réalisé deux capsules vidéos.

L : Dans un premier temps, nous allons parler du processus qui entre en jeu dans la résolution de problèmes. Les personnes impliquées dans l'éducation, la gouvernance, le monde du travail et la recherche accentuent constamment l'importance de la résolution de problèmes en parlant des compétences nécessaires pour le XXIe siècle. Cela s'explique par le fait que, dans notre société actuelle, les citoyens ont de plus en plus besoin de compétences analytiques et de raisonnement pour faire face à des situations et des tâches complexes.
Le développement de la capacité des élèves à résoudre des problèmes reste un point central de l'enseignement des mathématiques. Nous avons choisi de présenter le modèle de Fagnant, inspiré du modèle de Verschaffel et ses collègues.</td></tr>
</table>

		A : Peux-tu nous le présenter plus précisément ? L : Bien sûr, Alessia. Dans un premier temps, l’apprenant doit construire une représentation du problème : un dessin, une liste, un schéma, un tableau, se pose aussi la question de distinguer les données pertinentes des non pertinentes. Il s’agit ensuite de décider comment résoudre le problème en faisant appel à un modèle mathématique et d’exécuter les calculs nécessaires. L’apprenant interprète le résultat et formule une réponse en lien avec la question posée. Au cours de ce processus, l’élève doit évaluer la solution et procéder à des adaptations, si nécessaire. La représentation mentale du problème est une étape clé dans la réussite des problèmes mathématiques. A : Je présume qu’au cours de chacune des phases, des régulations sont mises en œuvre et peuvent conduire à revenir sur les phases précédentes pour confirmer ou infirmer ce qui a été mené antérieurement. L : Tu as tout à fait raison. L’élève peut être confronté à des difficultés dans la résolution du problème. A-t-il bien compris le problème et ce qui est demandé ? Si les résultats obtenus semblent irréalistes, ça le conduit à remettre en question sa compréhension du problème, ainsi que ses choix de modèles mathématiques et de calculs. Il est important de noter que ce processus n'est pas linéaire, et qu'il peut y avoir des allers-retours entre les différentes phases de résolution.

<table>
<tr>
<td>№ 3</td>
<td>
</td>
<td>A : Quelles sont les conclusions des études récentes sur l'utilisation de représentations dans la résolution de problèmes ?

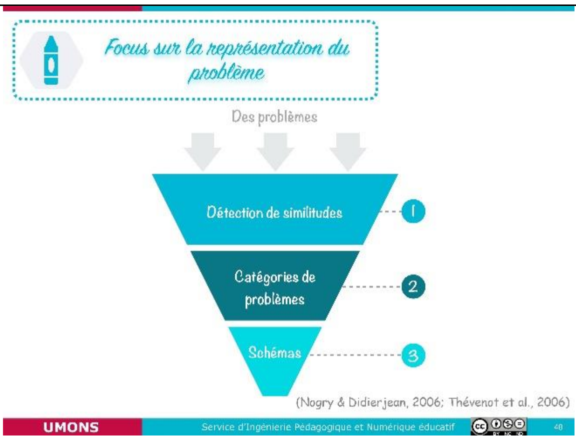
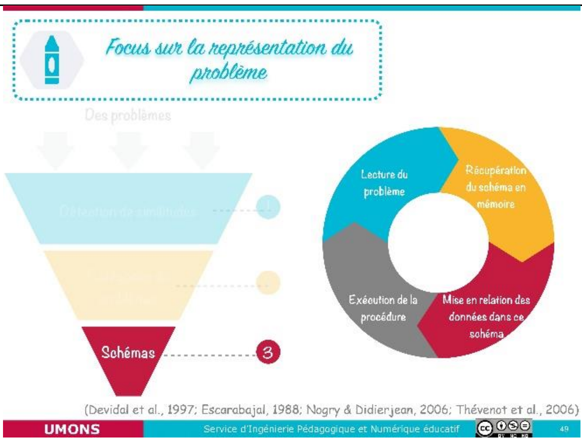
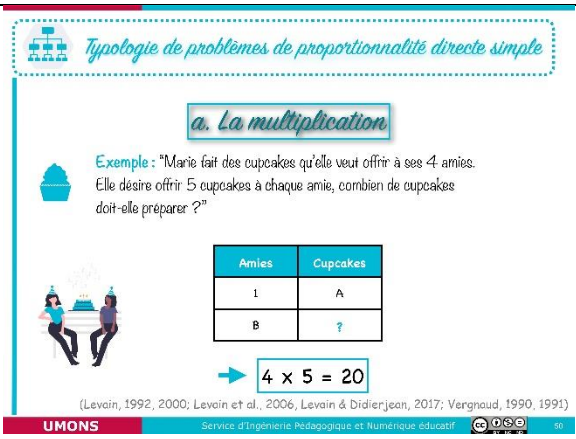
L : Des études récentes ont révélé que la mise en place de représentations schématiques peut être un moyen efficace pour enseigner aux élèves, y compris pour des types de problèmes jamais rencontrés auparavant. Elles ont également montré que cette méthode est bénéfique pour les élèves ayant des difficultés en mathématiques. La construction de représentations permet de comprendre la structure mathématique sous-jacente. La compétence de « représentation » ne se développe pas naturellement chez les élèves. Il ne suffit pas de les inviter à dessiner ou à schématiser ce qu'ils perçoivent. Au contraire, elle se développe au fil de plusieurs années d'enseignement structuré, visant à donner aux élèves les outils nécessaires pour construire des représentations efficaces et significatives, facilitant ainsi la modélisation.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 4</td>
<td>
</td>
<td>A : Quels sont les principaux facteurs qui influencent l'habileté des élèves à résoudre des problèmes mathématiques ?

L : L'habileté des élèves à résoudre des problèmes mathématiques dépend principalement de trois facteurs : leurs connaissances mathématiques, leur mémoire de problèmes similaires précédemment résolus et leurs compétences et aptitudes diverses.

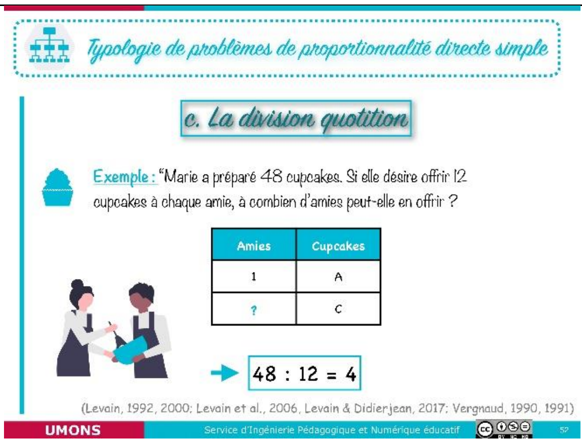
A : Peux-tu nous donner plus de précision pour ces différents facteurs ?

L : Premièrement, les élèves doivent avoir une bonne connaissance des nombres en jeu dans le problème et connaître les opérations nécessaires à effectuer.</td>
</tr>
</table>

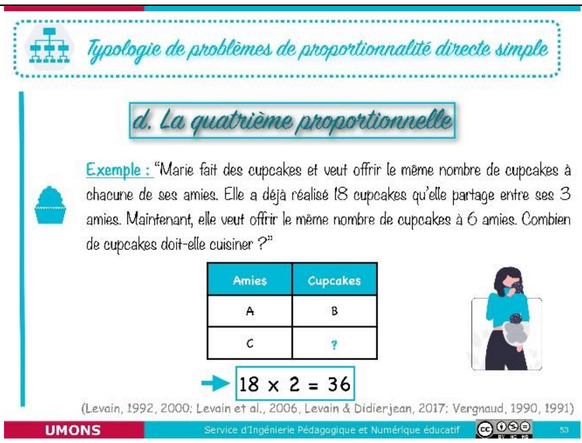
		Deuxièmement, la mémoire de problèmes similaires peut également aider à la résolution de nouveaux problèmes. Des travaux en matière de transfert d'apprentissage ont révélé que la façon dont un élève se représente un problème déterminera s'il peut rappeler utilement ce problème pour le résoudre à nouveau. Alors que certains problèmes peuvent devenir si familiers qu'ils sont presque traités automatiquement, d'autres peuvent nécessiter l'utilisation combinée de différentes méthodes adaptées à la situation. Dans tous les cas, cela soulève la question de l'accès en mémoire à des situations pertinentes pour la résolution du problème actuel. A : Et pour les compétences et aptitudes diverses des élèves ? L : Elles concernent, par exemple, la confiance en leur capacité à traiter les problèmes, la capacité de collaboration et l'organisation du travail sont également importantes pour la résolution de problèmes. L'attention, l'engagement actif, la rétroaction sur les erreurs et la consolidation sont également des éléments clés du processus de résolution de problèmes. A : Comment ces facteurs interagissent-ils pour affecter la capacité des élèves à résoudre efficacement des problèmes mathématiques ? L : La combinaison de ces facteurs, avec leurs connaissances mathématiques et leur mémoire de problèmes résolus, permettra aux élèves de faire face et de résoudre des problèmes qui peuvent être nouveaux pour eux.

№ 5		A : Peux-tu nous en dire davantage sur la mémoire des problèmes résolus ? L : En fonction des problèmes proposés à l'apprenant, il va chercher des similitudes entre ceux-ci. C'est un processus implicite ou explicite, qui va permettre de trier les problèmes en catégories. Ces catégories doivent aboutir à ce qu'on appelle des schémas, connaissances abstraites en mémoire, qui sont liés aux caractéristiques invariantes de chaque catégorie et qui fournissent des indications quant aux procédures de résolution.
№ 6		L : Cette théorie des schémas permet d'aborder les processus de compréhension et de construction d'une représentation au cours de la lecture d'énoncés de problèmes. Au cours de la lecture, l'enfant est supposé récupérer en mémoire un schéma particulier puis, mettre en relation les données du problème dans le cadre de ce schéma. La solution découle alors de l'exécution de la procédure qui lui est accrochée.
№ 7		A : Existe-t-il différents types de problèmes de proportionnalité directe (simple) ? L : La structure de proportion simple met en jeu quatre quantités appartenant à deux espaces de mesure différents et nécessite de calculer une de ces quatre quantités connaissant les trois autres. Vergnaud a mis en évidence 4 classes de problèmes de proportionnalité directe simple. Pour les 3 premières classes de problèmes, l'une des quantités vaut 1 et selon la place qu'occupe l'inconnue, on peut déterminer trois types de problèmes différents. Dans la dernière classe de problèmes,

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>aucune des 3 quantités connues ne vaut 1.

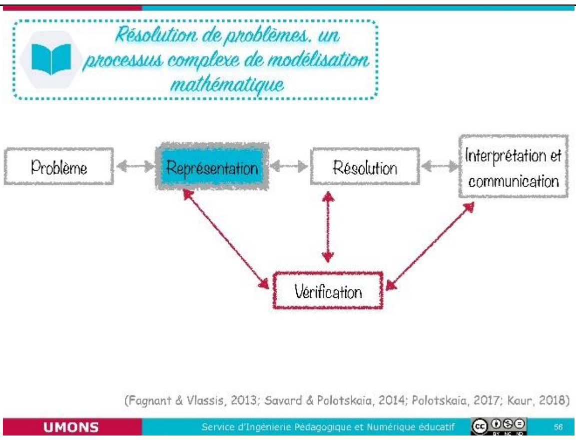
La première catégorie est la multiplication qui peut se représenter de la façon suivante.
Si pour une amie je veux offrir 5 cupcakes (A), pour 4 amies (B), je dois prévoir 4 x plus de cupcakes donc 20 cupcakes.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 8</td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>№ 9</td>
<td>
</td>
<td>A : La division quotition peut se présenter sous la forme suivante : « Marie a préparé 48 cupcakes. Si elle désire offrir 12 cupcakes à chaque amie, à combien d'amies peut-elle en offrir ? »

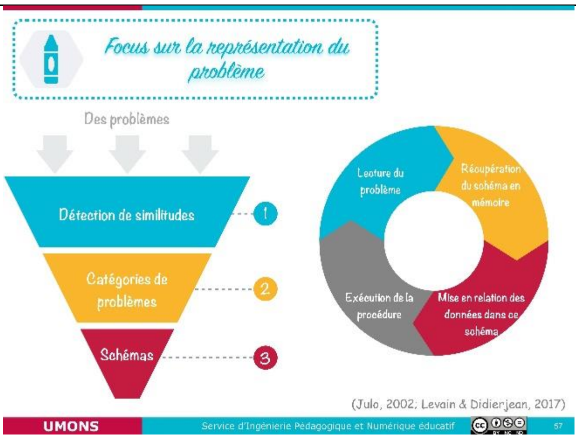
L : Ce type de problème nécessite l'utilisation d'une division lors de sa résolution et renvoie à une notion de groupement. Il peut être schématisé de cette façon. On cherche combien de paquets de 12 cupcakes (A) Marie peut faire avec 48 cupcakes (C).</td>
</tr>
</table>

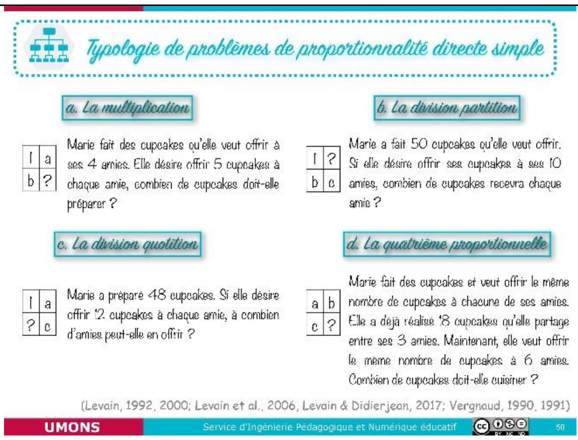
<table>
<tr>
<td>№
10</td>
<td>


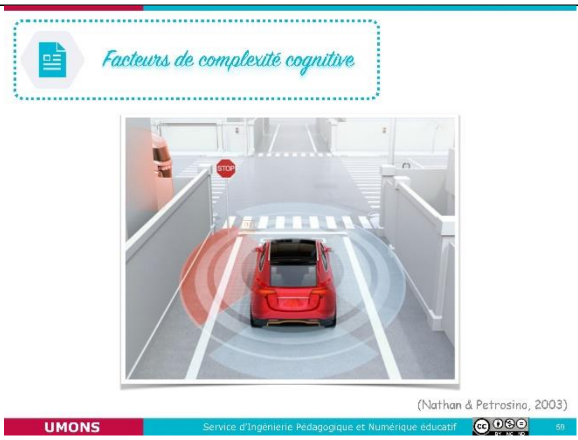
</td>
<td>
A : La quatrième proportionnelle, qui en termes d’opération est la plus compliquée, ne fait pas intervenir de grandeur égale à 1. Cette structure correspond à ce type de problème : « Marie fait des cupcakes et veut offrir le même nombre de cupcakes à chacune de ses amies. Elle a déjà réalisé 18 cupcakes qu’elle partage entre ses 3 amies. Maintenant, elle veut offrir le même nombre de cupcakes à 6 amies. Combien de cupcakes doit-elle cuisiner ? »
L : Pour représenter ce problème, voici le schéma utilisé. Il faut trouver le rapport entre 3 amies (A) et 6 amies (C). Le rapport est assez facile à trouver (6 est multiple de 3). La quantité d'amies a doublé donc la quantité de cupcakes doit doubler soit 36 cupcakes.
Certains auteurs estiment que l'apprentissage et l'utilisation de schémas, considérés comme des représentations isomorphes aux différentes catégories de problèmes, peuvent constituer, un outil de médiation efficace susceptible de faciliter la compréhension et d’améliorer notablement les performances d’élèves en difficulté.
</td>
</tr>
<tr>
<td>№
11</td>
<td>


</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Module 3.2
Quelles sont les pistes possibles pour pallier aux difficultés des élèves ?</th></tr>
<tr><th>№ dia</th><th>Diapositive</th><th>Dialogue</th></tr>
<tr><td>№ 1</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>№ 2</td><td>
</td><td>A : Bonjour Laëtitia, nous voici dans la deuxième partie du module 3.

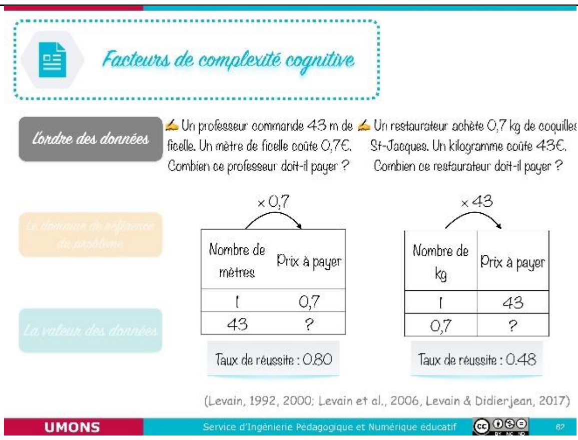
L : Bonjour Alessia. Dans la première partie du module 3, j’ai présenté le modèle d’Annick Fagnant. Si on se réfère au processus de résolution de problèmes et en s’appuyant sur ce modèle, on peut voir qu’une partie de l’activité mentale mise en œuvre dans une situation de résolution de problème consiste en une activité de représentation du problème posé.</td></tr>
<tr><td>№ 3</td><td>
</td><td>L : Il peut sembler légitime de considérer qu’un travail d’apprentissage des différents schémas de problèmes serait susceptible de faciliter l’activité de catégorisation et donc d’identification d’une procédure pertinente.</td></tr>
</table>

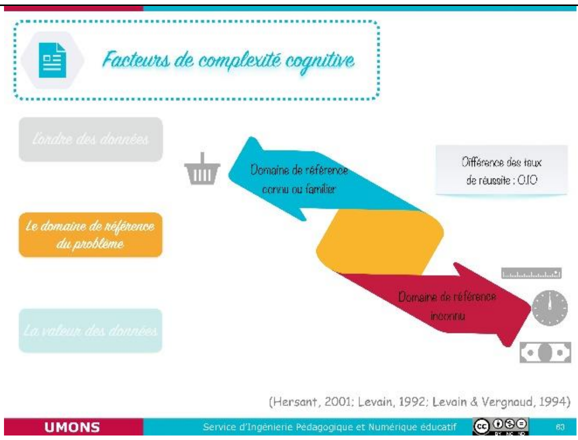
<table>
<tr>
<td>№ 4</td>
<td>
</td>
<td>L : La mise en place de représentations schématisées, qui sont isomorphes aux différents types de problèmes, peut avoir un double avantage :

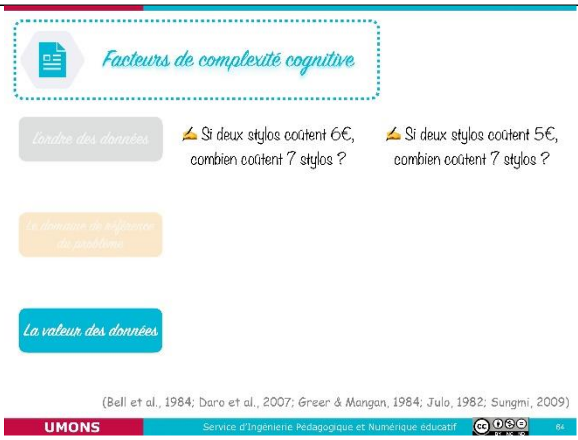
- Elle peut faciliter le processus de reconnaissance et de classification.
- Elle peut également faciliter la détermination des procédures à utiliser. Cependant, il est important de noter que les schémas proposés ne sont qu'une modélisation de la situation et, dans ce cas, ils se présentent sous forme de tableaux de proportionnalité qui sont un outil pour la formulation.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 5</td>
<td>
</td>
<td>A : Pourquoi parle-t-on d' « angle mort de l'expertise » ?

L : Les interprétations des élèves peuvent ne pas correspondre à la perspective adoptée par le concepteur du problème, ce qui est fréquent en raison des maigres connaissances mathématiques des élèves. Ce phénomène est connu sous le nom d'« angle mort de l'expertise » et reflète la difficulté pour un enseignant expert dans son domaine de comprendre les difficultés des élèves, ce qui nécessite une certaine décentration.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 6</td>
<td>
</td>
<td>A : Quels sont les facteurs de complexité cognitive connus pour la proportionnalité ?

L : L'ordre des données, le domaine de référence du problème et les valeurs sont des sources de difficulté qui interviennent dans la majeure partie des problèmes de l'enseignement. Cependant, pour la proportionnalité, ces variables sont reconnues comme des facteurs de complexité cognitive. Nous allons expliciter cela pour chaque facteur.</td>
</tr>
</table>

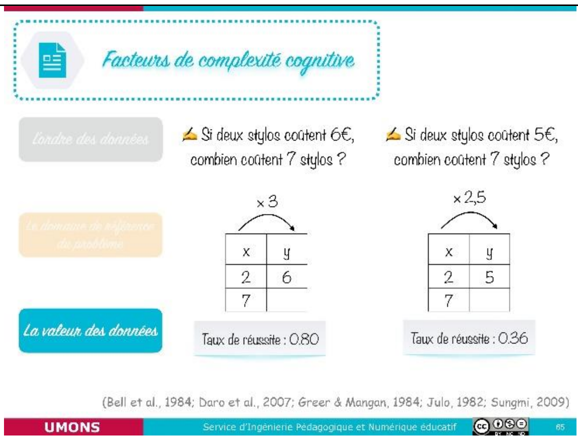
№ 7		L : Voici deux problèmes suivants qui, à première vue, peuvent être considérés comme isomorphes puisqu'il s'agit dans les deux cas de multiplier un nombre entier par un nombre décimal inférieur à un, alors même que la multiplication est une opération commutative. Avec des calculatrices mises à disposition, on les propose à des élèves âgés de 12 ans dans le cadre d'une étude menée par Levain et on s'intéresse au taux de réussite de ces 2 problèmes. D'après toi, lequel est le mieux réussi par les élèves ? A : Le premier problème.
№ 8		L : En effet, le premier problème est réussi en moyenne par 80 % des élèves, le second par seulement 48 % des mêmes élèves. Les schémas de ces deux problèmes illustrent très clairement la différence de position occupée par le nombre décimal à l'intérieur d'une structure multiplicative à quatre termes. Lors des premiers apprentissages au primaire, la multiplication est fréquemment introduite comme une addition itérée. A : De ce fait, l'élève se représente plus facilement 43 fois une somme de 0,7 euro (0,7 itéré 43 fois) plutôt que 0,7 fois le prix d'un kilogramme de viande. L : C'est tout à fait cela !

<table>
<tr>
<td>№ 9</td>
<td>
</td>
<td>A : Qu’en est-il du domaine de référence du problème ?

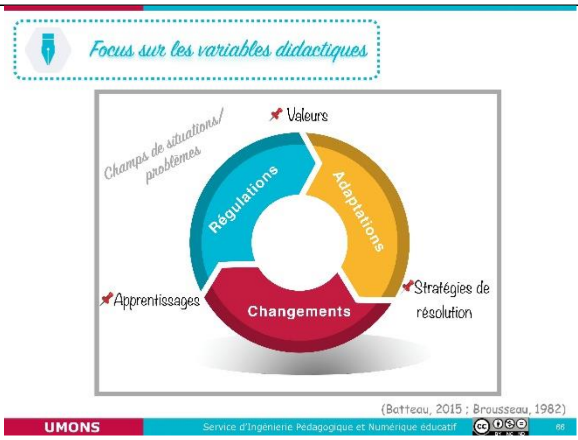
L : D’après Hersant (2001), la difficulté ou la facilité d’un énoncé dépend du domaine dont relèvent les problèmes soumis aux élèves. En effet, il est probable qu’un problème dont le contexte est connu, familier ou habituel (achat et vente de marchandises) pour l’élève soit jugé facile. À contrario, un problème dont le contexte est inconnu, peu familier ou inhabituel (vitesse, taux de change, agrandissement) pour l’élève est jugé difficile.
Ceci avait déjà été mis en évidence, notamment dans une étude réalisée en 1992 par Levain auprès d’élèves âgés de 11 ans montrant une différence de 10 % dans les taux de réussite lorsqu’on passe d’un énoncé relevant d’un domaine familier à un énoncé d’un domaine non familier.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 10</td>
<td>
</td>
<td>L : Voici deux autres problèmes, Alessia. D’après toi, quel problème est le mieux réussi par les élèves ? Et pourquoi ?

A : Le rapport externe est simple pour le premier problème tandis que le coefficient de proportionnalité est un nombre décimal pour le second problème.

L : Tu as tout fait raison.</td>
</tr>
</table>

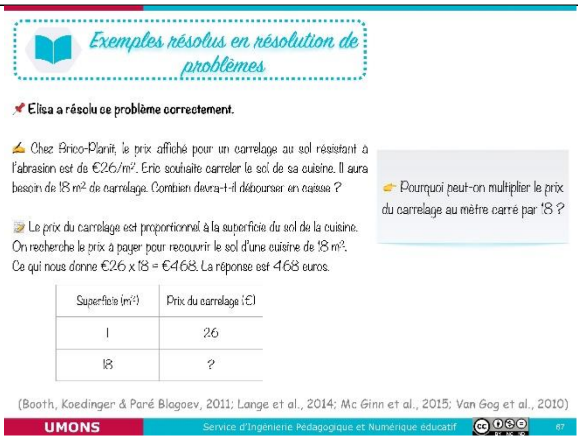
<table>
<tr>
<td>№ 11</td>
<td>
</td>
<td>L : Dans sa thèse, Julo précise le rôle joué par la valeur du coefficient de proportionnalité dans la réussite de la résolution d'un problème de proportionnalité. En effet, il constate une différence de près de 50% entre les taux de réussite des énoncés ayant un coefficient naturel de 3 et un coefficient décimal de 2,5. Les énoncés ayant pour coefficient de proportionnalité une valeur naturelle sont donc mieux réussis.

A : C'est vrai que nous avions vu que le choix de mobiliser un rapport interne ou un rapport externe dépend de la complexité des nombres.

L : Tout à fait, les nombres en jeu sont une variable didactique importante ayant une incidence sur la procédure utilisée. En effet, il s'agit d'un paramètre du problème sur lequel on peut agir pour augmenter ou diminuer la complexité du problème. Toutefois, l'utilisation du rapport externe – celui-ci étant constant, contrairement aux rapports internes – se révèle être plus économique lorsque plusieurs données du tableau de proportionnalité sont recherchées.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 12</td>
<td>
</td>
<td>A : Comment les variables didactiques peuvent-elles être utilisées pour créer un environnement d'apprentissage dynamique et efficace en mathématiques ?

L : Une variable didactique est une variable dont la modification des valeurs par l'enseignant engendre des régulations, des adaptations, des changements dans les stratégies de résolution et des apprentissages. Ainsi, il est possible de générer un champ de situations/de problèmes par la simple variation de certaines variables qui, à leur tour, affecteront les procédures de résolution tant dans leur hiérarchie que dans le choix de la procédure optimale à mettre en œuvre.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>A : Comment les enseignants peuvent-ils tirer parti de ces effets pour améliorer l'apprentissage des élèves ?

L : Les variables didactiques dépendent de l’objet mathématique étudié. Elles doivent être identifiées par l’enseignant, car elles lui permettent d’anticiper les procédures employées par les élèves et de différencier les tâches en les simplifiant ou les complexifiant.</td>
</tr>
<tr>
<td>№ 13</td>
<td>
</td>
<td>A : Comment les exemples de problèmes résolus peuvent-ils être utilisés pour encourager les élèves à réfléchir à leur propre processus de résolution de problèmes en mathématiques ?

L : L’utilisation de problèmes déjà résolus permet d’attirer l’attention des élèves vers les différentes étapes de résolution du problème. Les exemples résolus mettent en œuvre le processus d’auto-explication où les élèves sont encouragés à identifier les processus de raisonnement et à les justifier. L’utilisation de la stratégie d’auto-explication par les élèves influence positivement leur apprentissage et leur engagement dans le processus de résolution de la tâche.

A : Comment cette stratégie peut-elle aider les élèves à mieux comprendre les différentes étapes de résolution de problèmes et à améliorer leur engagement dans le processus d'apprentissage ?

L : Le processus d’étude des exemples résolus permet d’alléger la charge cognitive et améliore les performances des individus en résolution de problème, car les élèves vont se focaliser sur les étapes de résolution du problème présenté ce qui entraîne une meilleure compréhension de celles-ci. Si cette méthode est combinée</td>
</tr>
</table>

		avec la résolution de problèmes, les élèves pratiquent la méthode utilisée directement sur les problèmes à résoudre, car ils ont déjà une conception du chemin à prendre au niveau de la résolution. Pour un public novice, l'utilisation des exemples des exemples résolus suivis de la résolution de problème est efficace. Dans notre dispositif, nous faisons choix que chaque type de problème est présenté dans une vidéo avec un problème résolu mettant en œuvre le principe d'auto-explication.
№ 14